

АСПАН МЕХАНИКАСЫ

*Дәріскер
ф.-м.ғ.к., асс.профессор Алимгазина Н.Ш.*

11-дәріс. Планеталар мен серіктер қозғалыстарының заманауи теориялар

Қозғалыс ұйытқымалы болу үшін келесі факторлар әсер етеді:

1. орталық дененің гравитациялық өрісінің материалдық нүктенің өрісінен айырмашылығы;
2. материалдық нүкте ретінде қарастырылатын кез келген үшінші дененің әсері;
3. серіктің қозғалысы болып жатқан орта кедергісінің әсері.

Серіктің қозғалысына орталық дененің тығыздалуының әсері

$$V = \frac{\mu}{r} + R, \quad (6.1)$$

R - ұйытқымалы потенциал.

$$q = \frac{\omega^2 a}{\mu}. \tag{6.2}$$

$$J_2 = -\frac{2\varepsilon - q}{3}. \tag{6.3}$$

$$R = \mu J_2 \cdot \frac{3\cos^2 \theta - 1}{2} \cdot \frac{a^2}{r^3}, \tag{6.4}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{4\pi} na^2 J_2 \sqrt{\frac{\mu}{p}} \int_0^{2\pi} (3\cos^2 \theta - 1) \frac{d\nu}{r}. \quad (6.5)$$

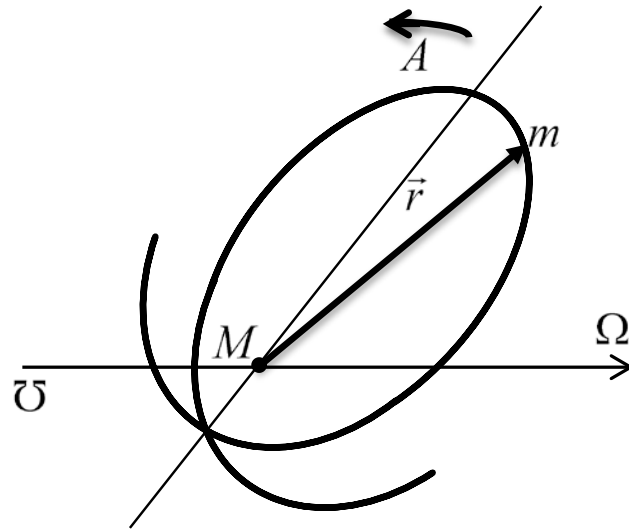
Орбита теңдеуінен r мәнін алғанда және $\cos \theta$ анықтаған кезінде (6.5) келесі теңдеуге айналады

$$\bar{R} = \frac{1}{4\pi} \frac{na^2 J_2 \sqrt{\mu}}{p^{3/2}} \int_0^{2\pi} [3\sin^2(\omega + \nu) \sin^2 i - 1] (1 + e \cos \nu) d\nu. \quad (6.6)$$

(6.6) интегралдау арқылы

$$\bar{R} = \frac{na^2 J_2 \sqrt{\mu}}{4p^{3/2}} (1 - 3\cos^2 i). \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{di}{dt} &= 0, \quad \frac{d\bar{p}}{dt} = 0, \quad \frac{d\bar{e}}{dt} = 0, \\
 \frac{d\bar{\Omega}}{dt} &= \frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{a}{p} \right)^2 \cos i, \\
 \frac{d\bar{\omega}}{dt} &= \frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{a^2}{p} \right) (1 - 5 \cos^2 i).
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

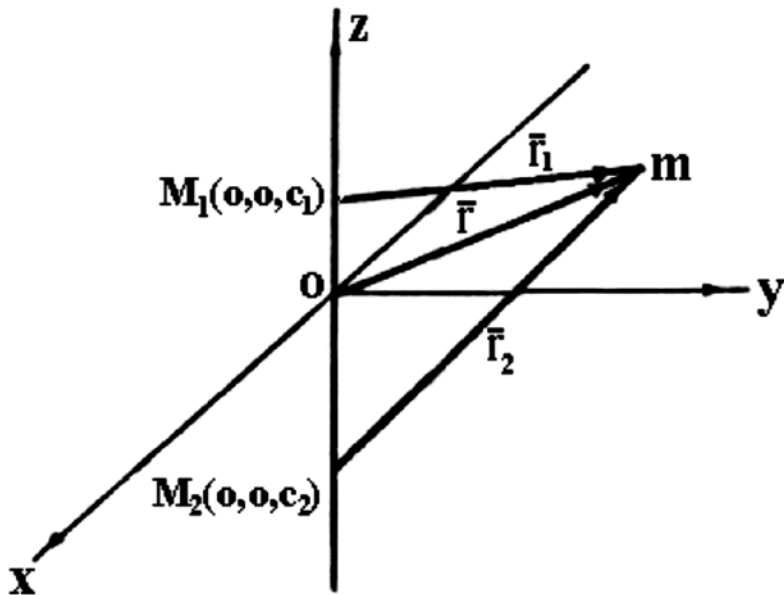


Екі жылжымайтын центр есебі

$$\ddot{\vec{r}} + \mu_1 \frac{\vec{r}_1}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} = 0. \quad (6.9)$$

$$r_{1,2} = \sqrt{r^2 - 2rc_{1,2} \cos \gamma + c_{1,2}^2}, \quad (6.10)$$

$c_{1,2}$ - m_1, m_2 нүктелердің аппликатысы.



$$V_{12} = \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{r} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k(\cos \gamma) \frac{\gamma_k}{r^k} \right], \quad (6.11)$$

$$\gamma_k = \frac{m_1 c_1^k + m_2 c_2^k}{m_1 + m_2} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned}
m_1 + m_2 &= M, \\
m_1 c_1 + m_2 c_2 &= 0, \\
m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 &= J_2 M a^2, \\
m_1 c_1^3 + m_2 c_2^3 &= J_3 M a^3,
\end{aligned} \tag{6.13}$$

$$m_1 = -\frac{M c_2}{c_1 - c_2}, m_2 = \frac{M c_1}{c_1 - c_2}. \tag{6.14}$$

Және (6.14)-ті (6.13) соңғы екі теңдеуіне енгізген кезінде

$$c_1 c_2 = -J_2 a^2, \quad c_1 c_2 (c_1 + c_2) = -J_3 a^3 \tag{6.15}$$

немесе

$$c_1 c_2 = -J_2 a^2, \quad c_1 + c_2 = \frac{J_3}{J_2} a.$$

Виета теоремасы бойынша

$$c_{1,2} = \left(\frac{J_3}{J_2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_3}{J_2} \right)^2 + 4J_2} \right) \frac{a}{2}. \tag{6.16}$$

$$c_{1,2} = \sqrt{J_2} a. \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} x &= c \sqrt{(1 + \lambda^2)(1 - \mu^2)} \cos w, \\ y &= c \sqrt{(1 + \lambda^2)(1 - \mu^2)} \sin w, \\ z &= c \lambda \mu, \end{aligned} \quad (6.18)$$

осында $c = |c_{1,2}|$.

$$\int \frac{d\lambda}{\sqrt{2(1 + \lambda^2)(\alpha_1 c^2 \lambda^2 + (\mu_1 + \mu_2) c \lambda + \alpha_2) + \alpha_3^2}} = \tau + \beta_1,$$

$$\int \frac{d\mu}{\sqrt{2(1 - \mu^2)(\alpha_1 c^2 \mu^2 - \alpha_2) - \alpha_3^2}} = \tau + \beta_2, \quad (6.19)$$

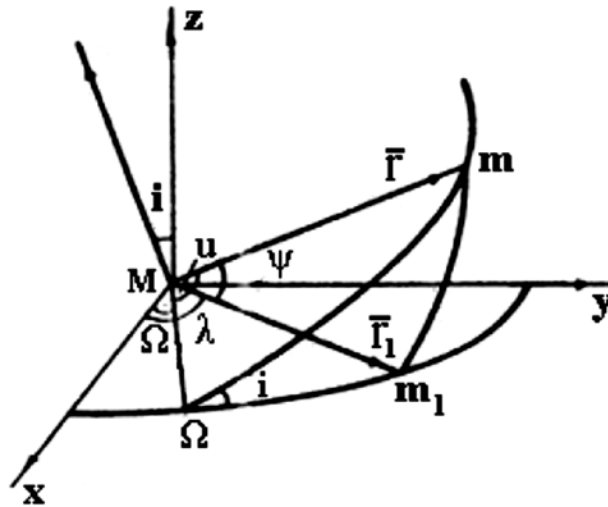
$$w = \alpha_3 \int \frac{\lambda^2 + \mu^2}{(1 + \lambda^2)(1 - \mu^2)} d\tau + \beta_3,$$

$$t = c^2 \int (\lambda^2 + \mu^2) d\tau,$$

Үшінші дененің серіктің қозғалысына әсері

$$\ddot{\vec{r}} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = \mu_1 \left(-\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} + \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|^3} \right), \quad (6.20)$$

$$R = \mu_1 \left(-\frac{\vec{r}_1 \vec{r}}{r_1^3} + \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} \right). \quad (6.21)$$



$$|\vec{r}_1 - \vec{r}| = \sqrt{r^2 - 2rr_1 \cos \psi + r_1^2}. \quad (6.22)$$

$r \ll r_1$ шарты орындалады деп есептейміз. Осы жағдай болу мүмкін егер ұйытқу денесі ретінде планетаның табиғи серігі болса немесе егер серіктің қозғалысына Күн - ұйытқымалы дене ретінде әсеретсе. Егер серік пен ұйытқымалы дене арасындағы кері қашықтықты r/r_1 дәрежесі бойынша қатарға жіктесек және μ_1/r_1 шамасын ескермесек, сонда ұйытқымалы потенциал

$$R = \frac{\mu_1 r^2}{2r_1^3} (3 \cos^2 \psi - 1). \quad (6.23)$$

$$\cos \psi = \cos u \cos(\nu_1 - \Omega) + \sin u \sin(\nu_1 - \Omega) \cos i. \quad (6.24)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{T_1} \int_0^T R(\nu_1(t)) dt, \quad (6.25)$$

$$\bar{R} = \frac{\mu_1 r^2}{4r_1^3} (1 - 3 \sin^2 u \sin^2 i) \quad (6.26)$$

$$\bar{\bar{R}} = \frac{1}{2\pi} \frac{n\mu_1 p}{4r_1^3 \sqrt{\mu p}} \int_0^{2\pi} \frac{1 - 3 \sin^2 i \sin^2(\omega + \nu) d\nu}{(1 + e \cos \nu)^4}. \quad (6.27)$$

$$\bar{\bar{R}} = \frac{3}{8} \frac{\mu_1 a^2}{r_1^3} [(1 - e^2) \cos^2 i + e^2 (2 - 5 \sin^2 \omega \sin^2 i)], \quad (6.28)$$